

Nama : Ardhika Restu Yoviyanto

Nim 85100911312

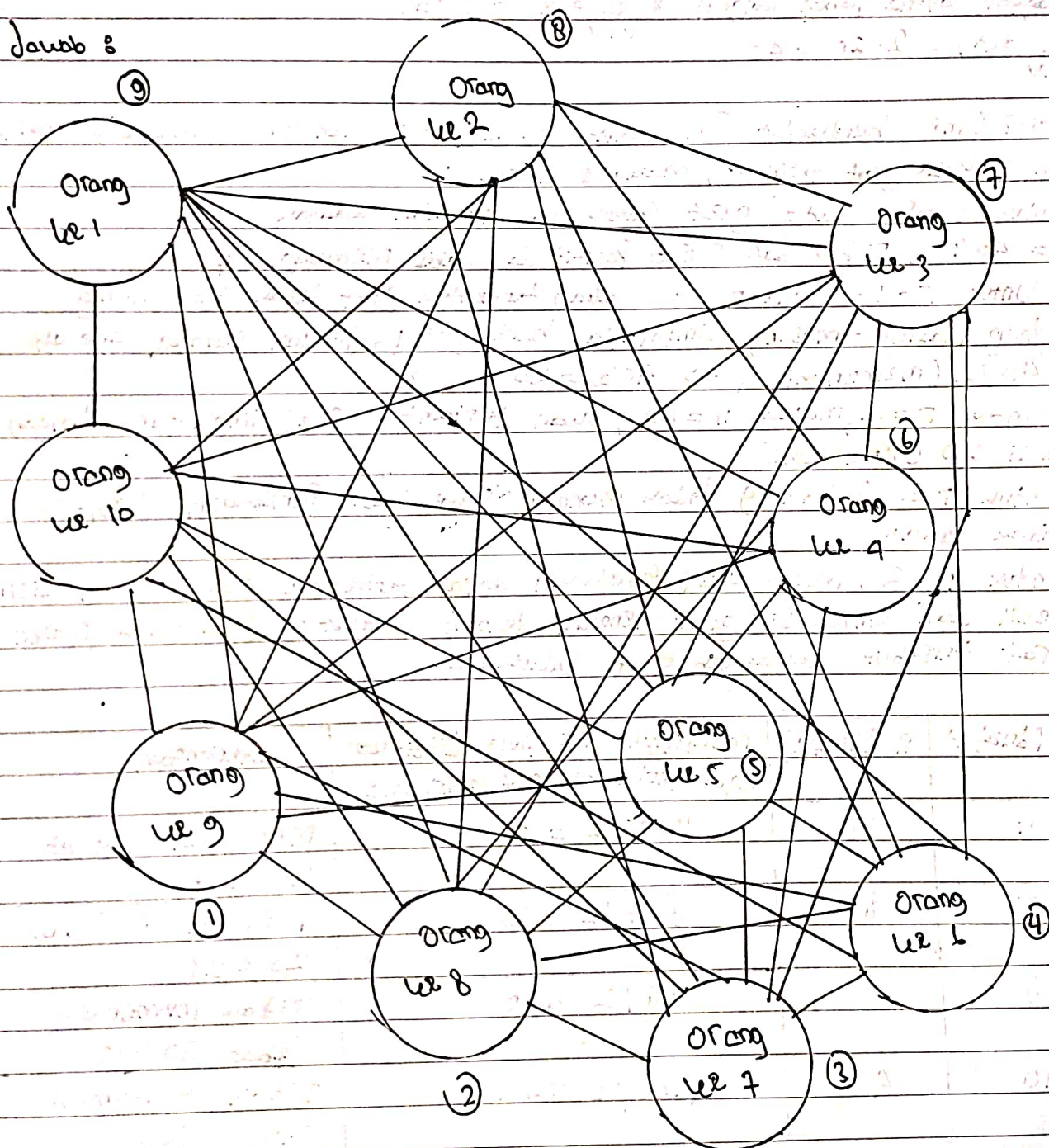
Kelas 3 Matematika Disurit (1)

Halaman 437 - 441 (masing-masing 2 soal)

Untuk Hal (437)

- ① Dalam sebuah pesta, sepuluh orang saling berjabat tangan. Tiap orang hanya berjabat tangan satu kali dengan orang lain. Hitung jumlah jabat tangan yang terjadi (Petunjuk : modelkan persamaan ini ke dalam graf)

Jawab :



Total Jabat tangan

$$= 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$= 45$$

Jadi ada 45 jabat tangan yang dilakukan

7) tentukan Jumlah Simpul pada graph sederhana bila mempunyai 20 buah sisi dan tiap Simpul berderajat sama

Jawab :

Didapat lemma Jabat tangan $\sum_{v \in V} d(v) = 2 |E|$
 $\sum_{v \in V} d(v) = 2 \cdot 20 = 40$

Setiap Simpul berderajat sama yaitu berderajat r , dan jika n adalah Jumlah Simpul pada graf tersebut, maka $n \cdot r = 40$

Jumlah Simpul pada graf sederhana tersebut adalah

$n = 40/r$, $r > 0$ dan $r \in \mathbb{Z}$ positif dan habis membagi 40

- Untuk $r = 1$, maka $n = 40$; akan terbentuk graf tidak terhubung yang masing-masing Simpulnya berderajat 1, Jumlah sisinya adalah $40/2$ (memenuhi), $\Rightarrow 40/2 = 20$
- Untuk $r = 2$, maka $n = 20$; akan terbentuk graf lingkaran dengan sisi 20 (memenuhi)
- Untuk $r = 3, 6, 7, 9$ tidak mungkin sebab hasil Pembagian $(40/r)$ tidak bulat
- Untuk $r > 2$, maka graf sederhana dapat terbentuk jika Jumlah sisinya kecil dari Jumlah Sisi graf lengkap dengan derajat r . Jika lebih maka graf tersebut bukanlah graf sederhana.

r (derajat)	n (Simpul)	maksimum Sisi yang diizinkan agar terbentuk graf sederhana	Keterangan
1	40	$10 \cdot 9 / 2 = 45$	Memenuhi sebab $20 \leq 45$
2	20	$8 \cdot 7 / 2 = 28$	memenuhi sebab $20 \leq 28$
3	13	$5 \cdot 4 / 2 = 10$	Tidak memenuhi sebab $20 > 10$
4	10	$4 \cdot 3 / 2 = 6$	Tidak memenuhi sebab $20 > 6$
...

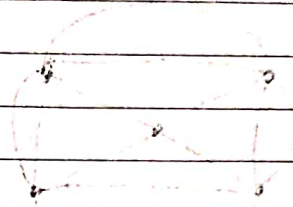
* Untuk r yang lebih besar lagi tidak akan mungkin lagi terbentuk graf sederhana sebab Jumlah Simpulnya akan lebih kecil sehingga maksimum Sisi yang diizinkan juga semakin kecil.

\therefore Jadi r yang memenuhi adalah $\{1, 2, 4, 5\}$, dan Jumlah Simpul di dalam graf adalah $\{40, 20, 10, 8\}$

Untuk Halaman (438)

(16) Diketahui matriks ketetanggaan (adjacency matrices) dari sebuah graf tidak berarah s

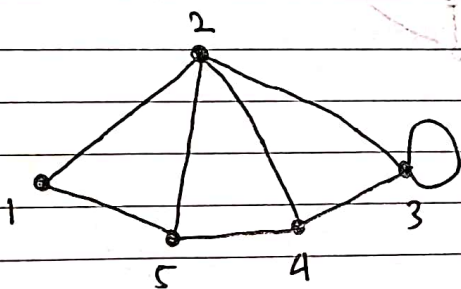
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



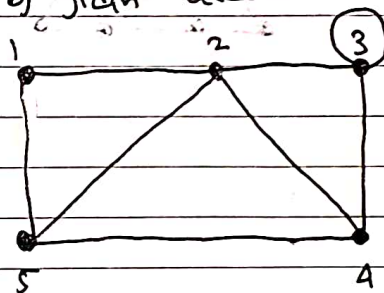
Gambarkan dua buah graf yang isomorfik yang bersesuaian dengan matriks ketetanggaan diatas

Jawab s

a) graph Pertama

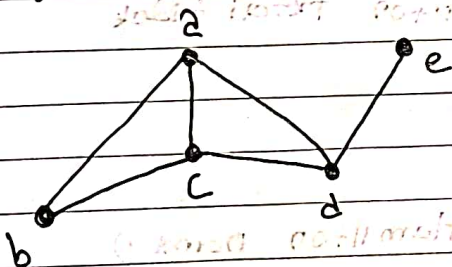


b) graph kedua

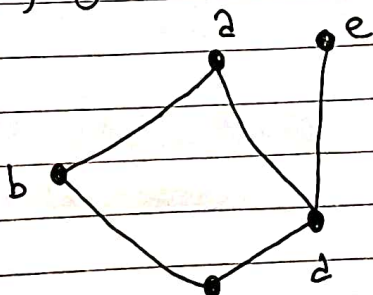


(15) Gambarkan dua buah graf dengan lima buah simpul yang isomorfik

a) graph Pertama

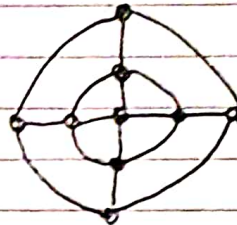
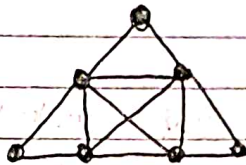
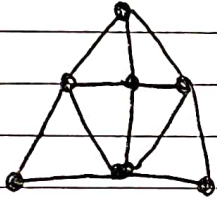
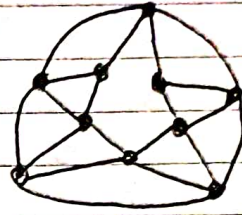
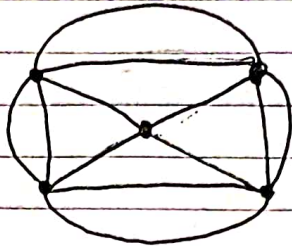
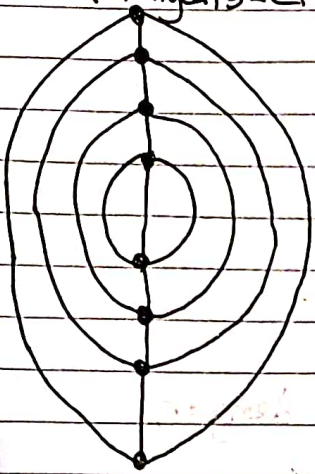


b) graph kedua

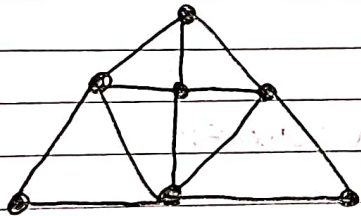


Untuk halaman (439)

(22) Manakah diantara graf dibawah ini yang dapat dilukis tanpa mengangkat pensil seuelipun



Jawab :

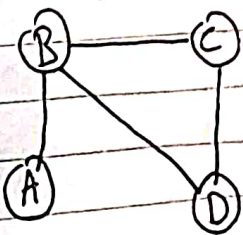


(23) Gambarkan graf yang mempunyai lintasan Hamilton tetapi tidak memiliki sirkuit Hamilton

Jawab :

Disebut juga graph semihamilton (punya lintasan hamilton namun tidak memiliki sirkuit hamilton)

Gambar graph :

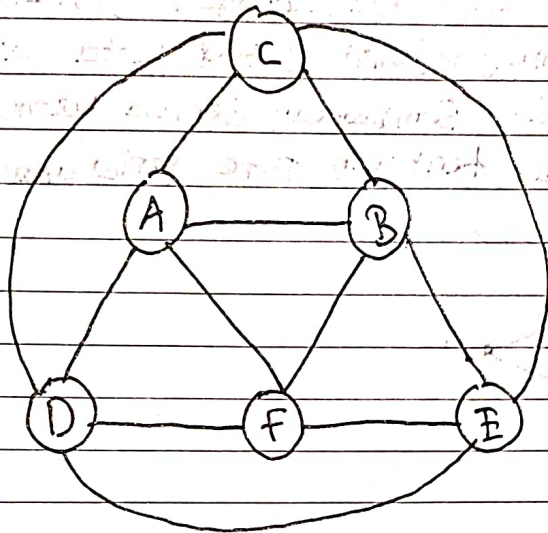


Lintasan Hamilton A, B, C, D

Untuk Halaman (440)

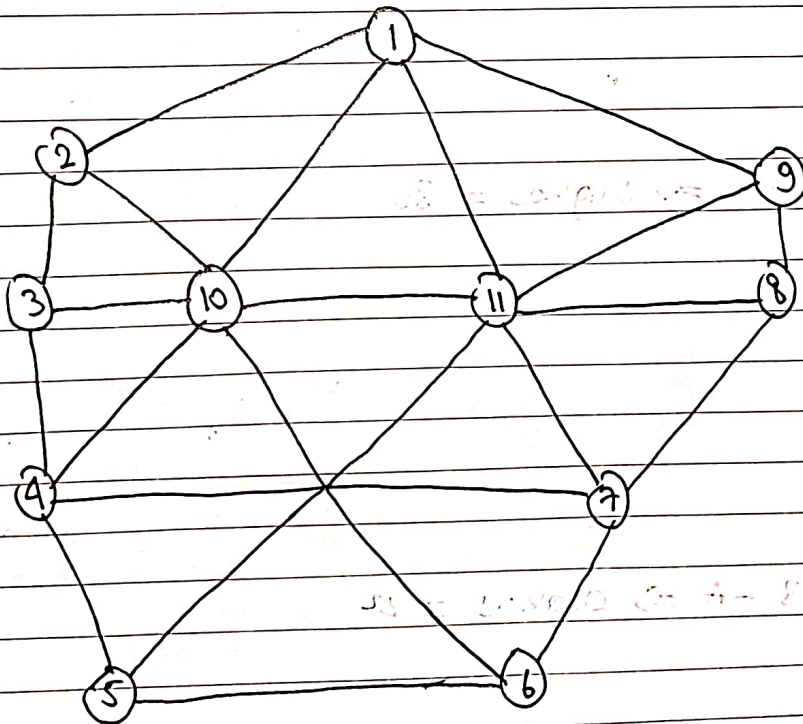
(24) Tunjukkan bahwa Suatu graf Planar terhubung dengan 6 Simpul dan 12 buah Sisi, setiap wilayahnya (region) dibatasi 3 sisi

Jawab :



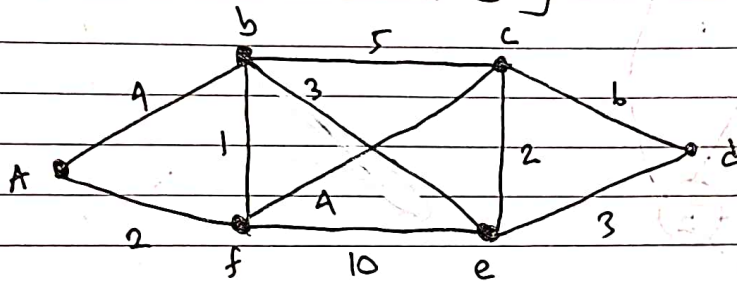
(26) Misalkan G adalah graf dengan 11 buah Simpul atau lebih. Tunjukkan bahwa G tidak-Planar

Jawab :



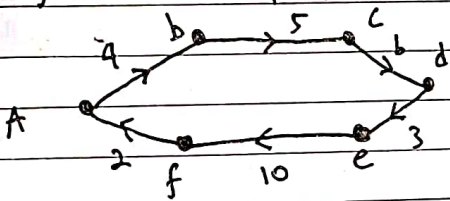
Untuk halaman (441)

(3) Tinjau grat berbobot dibawah ini. Simpul menyatakan kota, sisi menyatakan sarana transportasi yang menghubungkan kota, dan bobot menyatakan ongkos perjalanan antara dua kota bertetangga. Seorang pedagang berangkat dari kota A dan mengunjungi setiap kota lain tepat sekali dan kembali lagi ke kota A. Gambarkan semua kemungkinan lintasan perjalanan pedagang, lalu tentukan rute perjalanan termurah



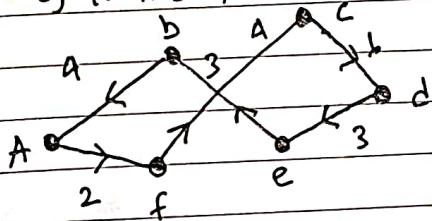
Jawab 3

a) lintasan pertama



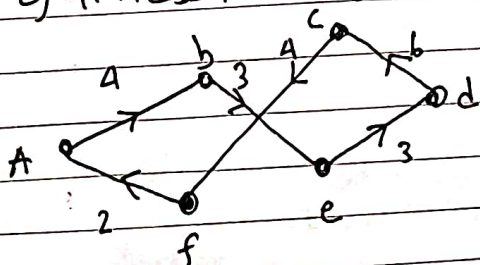
↳ $A - b - c - d - e - f - A \Rightarrow \text{ongkos} = 30$

b) lintasan kedua



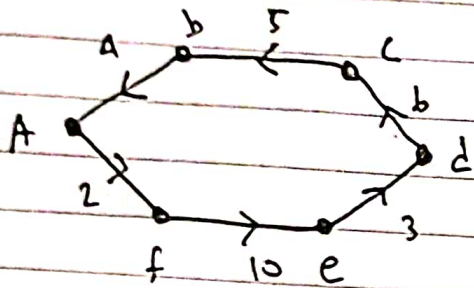
↳ $A - f - c - d - e - b - A \Rightarrow \text{ongkos} = 22$

c) lintasan ketiga



↳ $A - b - e - d - c - f - A \Rightarrow \text{ongkos} = 22$

d) lintasan ke-empat



↳ A - f - E - D - C - B - A \Rightarrow ongkos = 30

∴ Jadi Tute termurah yakni

- A - f - C - D - E - B - A , dengan ongkos 22
- A - B - E - D - C - f - A , dengan ongkos 22

(31) Dalam babak penyisihan kompetisi sepak bola yang menggunakan sistem kompetisi penuh, setiap tim bertanding dengan tim lainnya dua kali. Jika ada 20 tim, berapa banyak pertandingan yang harus diadakan? Graf apa yang terbentuk.

Jawab 3

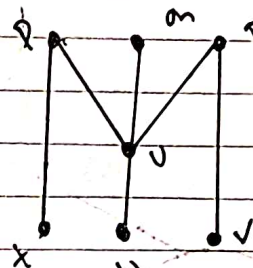
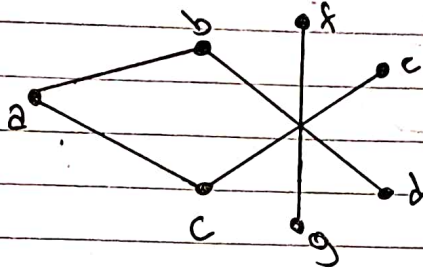
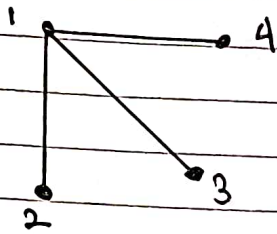
Misal : N , adalah banyak pertandingan yang diadakan

$$N = 2 \cdot \binom{20}{2} = 2 \cdot \left(\frac{20!}{18! \cdot 2!} \right) = 2 \cdot \left(\frac{20 \cdot 19}{2!} \right) = 380 \text{ kali}$$

- Banyak pertandingan 380 kali
- Graf yang digunakan dalam representasi dalam sepak bola adalah graf lengkap.
- Karena setiap tim harus saling bertemu (kandang dan tandang, dengan kata lain bertemu dua kali).

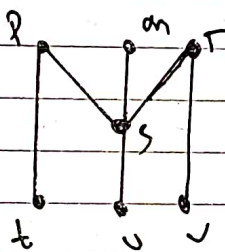
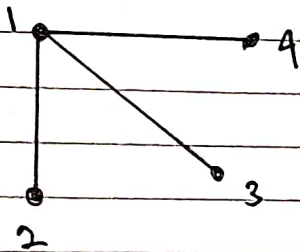
Untuk halaman (491)

① Manakah diantara ketiga buah graf dibawah ini yang merupakan Pohon?



Jawab :

graf yang merupakan Pohon adalah



② Apakah semua Pohon Planar? Jika iya, Jelaskan mengapa? Jika tidak, dapatkan anda temukan Pohon yang tidak Planar?

Jawab :

Semua Pohon adalah Planar, karena memenuhi Rumus Euler

$$V - E + F = 2$$

dimana :

V = vertice/node

E = edges

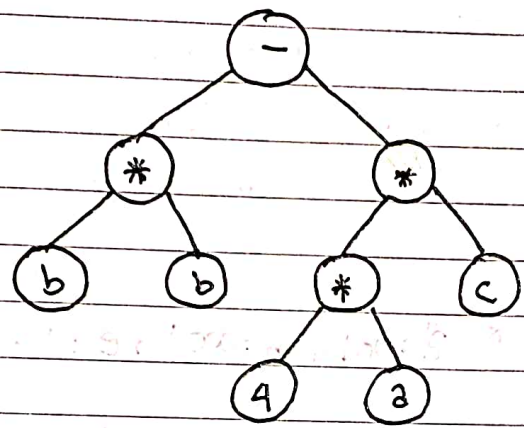
f = Region

Properti utama dari Pohon adalah tidak ada node yang saling loop / berulang maka dari itu region/area dari Pohon adalah 1 dan berapapun jumlah node yang ada, jumlah edges akan selalu sebesar Jumlah node - 1, maka dari itu hasil dari formula Euler akan

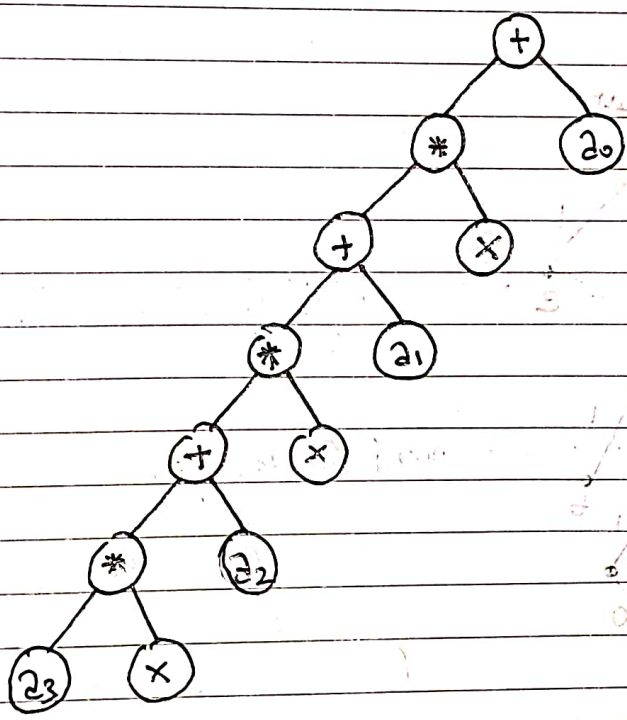
Selalu benar.

Untuk halaman 492

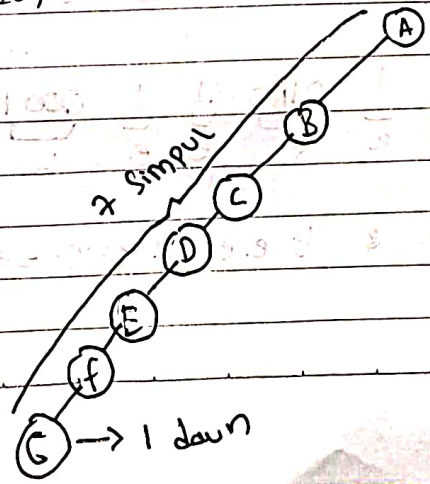
12) Gambarkan pohon ekspresi untuk
a) $b^2 - 4ac$



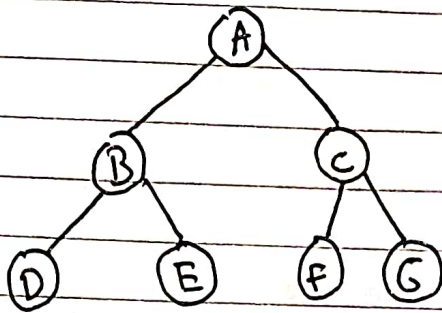
b) $((2_3x + 2_2)x + 2_1)x + 2_0$



13) a) Gambarkan sebuah pohon biner dengan tujuh simpul dan hanya satu buah daun



b) Gambarkan sebuah Pohon biner dengan tujuh simpul



Untuk halaman 493

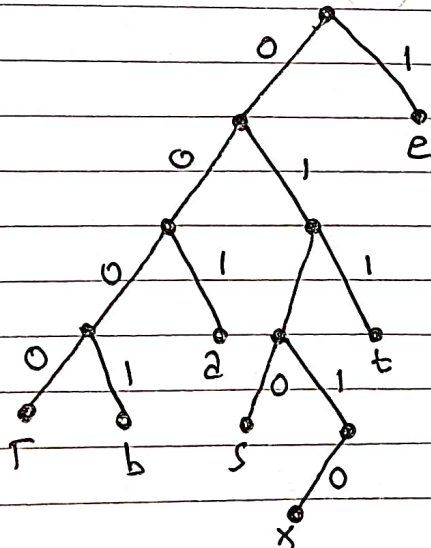
15) Diberikan kode Huffman sebagai berikut : a: 001, b: 0001, e: 1, r: 0000, s: 0100, t: 011, x: 01010

(a) Gambarkan Pohon Huffman yang merepresentasikan kode tersebut

(b) Decode rangkaian bit berikut : 01111 00101 0011000 1001

Jawab :

(a) Pohon Huffman yang dihasilkan



(b) Decode rangkaian bit berikut : 01111 00101 0011000 1001

Hasil Decode :

$$\begin{array}{cccccccccc}
 011 & 1 & 1 & 001 & 1 & 0100 & 1 & 1 & 0001 & 001 \\
 \hline
 t & e & e & a & e & s & e & e & b & a
 \end{array}$$

Hasil decode menghasilkan kode : t e e a e s e e b a

(16) Sebuah Surat berantai dimulai ketika seseorang mengirim sebuah Surat kepada 5 orang lainnya. Tiap orang yang menerima Surat mengirimkan Surat tersebut kepada 5 orang lain yang belum pernah menerima Surat tersebut atau kepada orang belum pernah mengirimkannya ke orang lain. Misalkan ada 10.000 orang yang mengirimkan Surat tersebut sebelum Tantai berakhir. Berapa banyak orang yang menerima Surat tersebut dan berapa banyak yang tidak mengirimkannya?

Jawab :

Dari soal diatas didapat Pola :

- Jika 1 orang yang mengirim Surat, maka akan ada

- 5 orang yang menerima Surat
- 5 orang yang tidak mengirimkan Surat

- Jika 2 orang yang mengirim Surat, maka akan ada

- 10 orang yang menerima Surat
- 9 orang yang tidak menerima Surat

- Jika 3 orang yang mengirim Surat, maka akan ada

- 15 orang yang menerima Surat
- 13 orang tidak mengirimkan Surat

- Jika 4 orang yang mengirim Surat, maka akan ada

- 20 orang yang menerima Surat
- 17 orang tidak mengirimkan Surat

Dari Pola diatas, didapat :

- Banyak orang yang menerima Surat
5, 10, 15, 20, ...

$$\bullet a = 5$$

$$\bullet b = 5$$

$$U_n = a + (n-1) \cdot b$$

$$= 5 + (n-1) \cdot 5$$

$$= 5 + 5n - 5$$

$$U_n = 5n$$

- Banyak orang yang tidak mengirimkan surat

$$5, 9, 13, 17, \dots$$

$$\bullet a = 5$$

$$\bullet b = 4$$

$$U_n = a + (n-1) \cdot b$$

$$= 5 + (n-1) \cdot 4$$

$$= 5 + 4n - 4$$

$$U_n = 4n + 1$$

Jadi jika ada 10.000 orang yang mengirimkan surat sebelum rantai berakhir, maka

- Banyak orang yang menerima surat

$$U_n = 5n$$

$$= 5 \cdot (10.000)$$

$$= 50.000, \text{ orang.}$$

- Banyak orang yang tidak mengirimkan surat

$$U_n = 4n + 1$$

$$= 4(10.000) + 1$$

$$= 40.000 + 1$$

$$= 40.001, \text{ orang}$$